

۷۱- باقیمانده‌ی تقسیم  $x^{100} - x^{98} + x^{96} - \dots + x^4 - x^2 + 1$  بر  $x^2 - 1$  کدام است؟

④ صفر

③ ۳

② ۲

① ۱

$$\begin{aligned} x^{100} - x^{98} + x^{96} - x^{94} + x^{92} - x^{90} + \dots + x^4 - x^2 + 1 &= \\ x^{98}(x^2 - 1) + x^{94}(x^2 - 1) + x^{90}(x^2 - 1) + \dots + x^2(x^2 - 1) + 1 &= \\ (x^2 - 1)(x^{98} + x^{94} + x^{90} + \dots + x^2) + 1 \end{aligned}$$

پس باقیمانده برابر عدد ۱ است.

پاسخ: گزینه ①

۷۲- کدام گزاره در مورد عدد حقیقی و مثبت  $a$  نمی‌تواند درست باشد؟

⑤  $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a}$

①  $\sqrt{a} < 1000$  و  $\sqrt[3]{a} < 1000$

⑥  $\sqrt[3]{a} < 1000$  و  $\sqrt{a} > 10000$

③  $\sqrt{a} > 1$  و  $\sqrt[3]{a} < 1$

بررسی گزینه ①  $\sqrt{a} > 1000 \rightarrow a > 10^6$  و  $\sqrt[3]{a} < 1000 \rightarrow a < 10^9$

$a < 10^6$  و  $a > 10^9$  تناقض ندارند و هر عددی که بین  $10^6$  و  $10^9$  باشد ناهمبازی‌های گزینه ① صدق می‌کند.

بررسی گزینه ⑤  $\sqrt[3]{a} > \sqrt{a} \rightarrow a^{1/3} > a^{1/2} \rightarrow (a^{1/3})^6 > (a^{1/2})^6$

$\rightarrow a^2 > a^3$

اگر  $a$  عددی بین صفر و یک باشد این ناهمبازی درست است. مثلاً  $a = (\frac{1}{4})^6$

$\sqrt[3]{(\frac{1}{4})^6} = ((\frac{1}{4})^6)^{1/3} = (\frac{1}{4})^2 = \frac{1}{4}$  و  $\sqrt{(\frac{1}{4})^6} = ((\frac{1}{4})^6)^{1/2} = (\frac{1}{4})^3 = \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

بررسی گزینه ③  $\sqrt{a} > 1 \rightarrow a > 1$

$\sqrt[3]{a} < 1 \rightarrow a < 1$

این دو ناهمبازی سازگار نیستند.

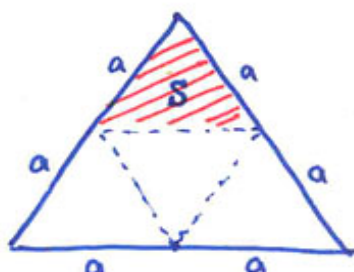
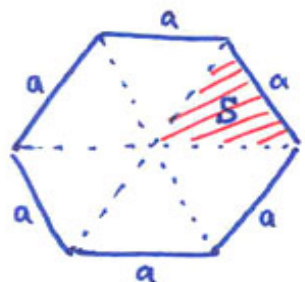
بررسی گزینه ④  $\sqrt[3]{a} < 1000 \rightarrow a < 1000^3 \rightarrow a < 10^9$

$\sqrt{a} > 10000 \rightarrow a > 10000^2 \rightarrow a > 10^8$

همه‌ی عددی‌های بین  $10^8$  و  $10^9$  در هر دو ناهمبازی گزینه ④ صدق می‌کنند.

پاسخ: گزینه ③

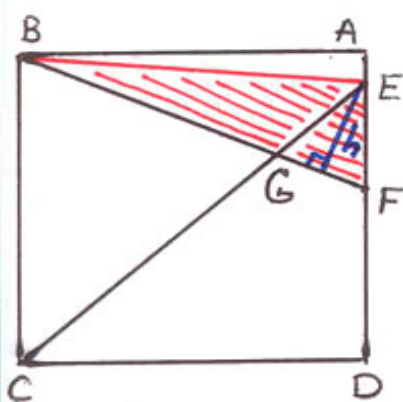
۷۳- علی با مقداری نخ یک شش ضلعی منتظم ساخته است. رضا با همان مقدار نخ، یک مثلث متساوی الاضلاع ساخته است. نسبت مساحت شش ضلعی به مساحت مثلث چه قدر است؟  
 ۱) ۲      ۲) ۱٫۵      ۳) ۱      ۴)  $\frac{1}{3}$



چنان که می بینیم طول ضلع شش ضلعی منتظم علی برابر  $a$  و طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع رضا  $2a$  است. (محیط برابر دارند)

$$\frac{\text{مساحت شش ضلعی}}{\text{مساحت مثلث}} = \frac{6S}{4S} = \frac{3}{2} = 1,5$$

پاسخ: گزینه ۲



۷۴- مربع ABCD به طول ضلع  $a$  را در نظر بگیرید. نقطه های E و F بر روی AD چنان قرار دارند که  $EF = \frac{a}{3}$ . مساحت مثلث BEG چند برابر مساحت مثلث GEF خواهد بود؟

۱) دو برابر      ۲) سه برابر

۳) چهار برابر      ۴) شش برابر

$$BC \parallel EF \Rightarrow \frac{EF}{BC} = \frac{GF}{BG} = \frac{GE}{CG} \Rightarrow \frac{GF}{BG} = \frac{a/3}{a} = \frac{1}{3} \quad *$$

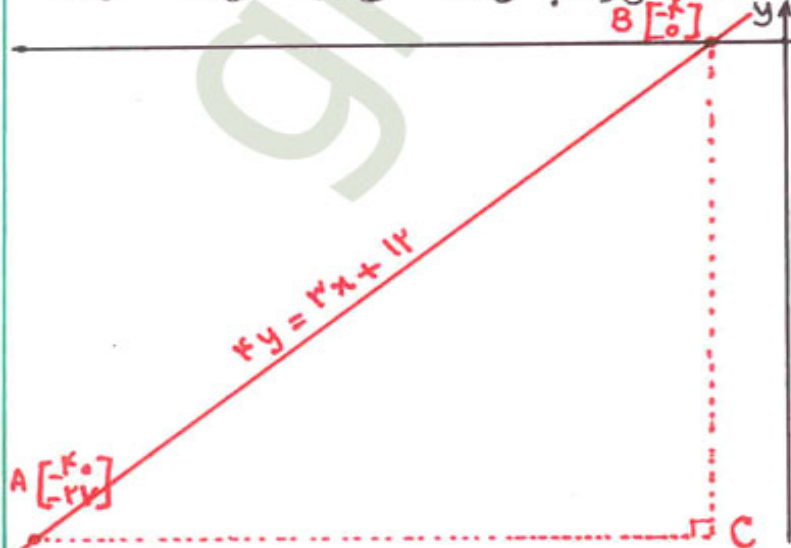
$$\frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle GEF}} = \frac{\frac{1}{2} h \cdot BG}{\frac{1}{2} h \cdot GF} = \frac{BG}{GF} \xrightarrow{*} \frac{S_{\triangle BEG}}{S_{\triangle GEF}} = 3$$

پاسخ: گزینه ۲

۷۵- مورچه ای از نقطه ی  $[-27, -40]$  با سرعت یک واحد در ثانیه، بر روی خطی به معادله ی

$$4y = 3x + 12$$

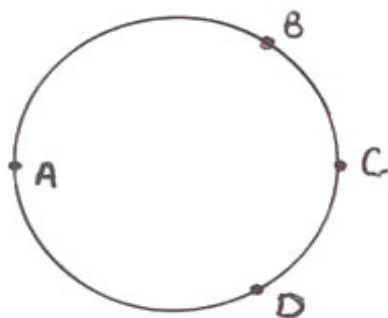
حرکت می کند. پس از چه مدت به محور  $x$  ها می رسد؟  
 ۱) ۴۵      ۲) ۶۷      ۳) ۳۶      ۴) ۶۳



خط  $4y = 3x + 12$  محور  $x$  ها را در نقطه ای به عرض  $y = 0$  قطع می کند:  
 $4 \times 0 = 3x + 12 \Rightarrow x = -4$   
 مختصات B منهای ۴ و صفر است.  $\rightarrow x = -4$   
 $\triangle ABC : \angle C = 90^\circ \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} AB^2 = AC^2 + BC^2$   
 $\rightarrow AB = \sqrt{(-4-0)^2 + 27^2} = \sqrt{16 + 729} = \sqrt{745} = 27.45$   
 $= \sqrt{9(4^2 + 3^2)} = 9\sqrt{25} = 45$   
 $AB = 45$  است. پس ۴۵ ثانیه طول می کشد.

پاسخ: گزینه ۱





۷۶- سارا و لیلا از روی نقطه A و در جهت مخالف یکدیگر شروع به حرکت می کنند. سرعت سارا دو برابر سرعت لیلا و جهت حرکت او ساعتگرد است. آن ها پس از چندی، در کدام نقطه برای هشتمین بار از کنار هم عبور می کنند؟

- ① A    ② B    ③ C    ④ D

از آن جا که سرعت سارا دو برابر سرعت لیلا است. هنگامی که سارا از B و C عبور می کند و به D می رسد، درست موقعی است که لیلا نیز به D می رسد. پس با شروع از A برای ملاقات نخست باید نقطه D را برگزینیم. به عبارتی با شروع از A نخستین ملاقات در نقطه D رخ می دهد که همان نقطه A است که  $120^\circ$  در خلاف ساعتگرد دوران پیدا کرده است. پس برای ملاقات دوم باید D را  $120^\circ$  پارسا عتگرد دوران دهیم و به این ترتیب دومین ملاقات در نقطه B خواهد بود:

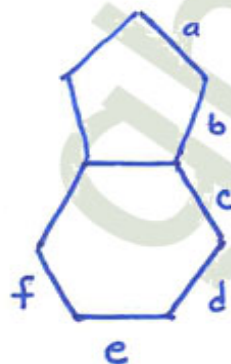
۸م	۷م	۶م	۵م	۴م	۳م	ملاقات ۲	ملاقات ۱	شروع
B	D	A	B	D	A	B	D	A

پاسخ: گزینه ②

۷۷- دوشش ضلعی منتظم با طول ضلع یک و یک پنج ضلعی منتظم با طول ضلع یک را به چند طریق مختلف می توان از ضلع ها به هم چسباند؟ به طوری که با دوران یا تقارن به هم تبدیل نشوند؟

- ① ۳    ② ۴    ③ ۵    ④ ۹

فرض می کنیم که چند ضلعی ها نباید جوری به هم بچسبند که هم پوشانی داشته باشند. صورت مسأله باید چنین شرطی را ذکر می کرد. اگر این شرط نباشد تعداد حالت ها از ۹ هم بیش تر است. پنج ضلعی حتما یک ضلع مشترک با شش ضلعی دارد.



الکون یک ضلع از شش ضلعی دوم را می توان روی

هر یک از ضلع های a, b, c, d, e منطبق کرد.

و در هر حالت یک ترکیب جدید به دست می آید. ولی

چسباندن شش ضلعی دوم به ضلع های دیگر، ترکیب های

گذشته و شمارش شده را به دست می دهد. مثلاً چسباندن شش ضلعی دوم به ضلع f همان شکل و ترکیبی را به دست می دهد که از چسباندن به ضلع d به دست آمده بود. زیرا این دو شکل نسبت به عمود منصف e متقارن اند.

پاسخ: گزینه ③

۷۸- اگر در صفحه‌ی مختصات، عرض یک نقطه عددی گویا باشد، آن نقطه را «خوش بیان» می‌نامیم. چه تعداد از خطوط زیر از هیچ نقطه‌ی خوش بیانی نمی‌گذرد؟

$y = \sqrt{2}x + 1$        $y = x + \sqrt{3}$        $y = \pi x + 2\sqrt{3}$   
 ① یک      ② دو      ③ سه      ④ صفر

$y = \sqrt{2}x + 1 \rightarrow y = \sqrt{2}x_0 + 1 \rightarrow [1] \in y = \sqrt{2}x + 1$   
 $y = x + \sqrt{3} \rightarrow y = -\sqrt{3} + \sqrt{3} \rightarrow [-\sqrt{3}] \in y = x + \sqrt{3}$   
 $y = \pi x + 2\sqrt{3} \rightarrow y = \pi \times \frac{2\sqrt{3}}{-\pi} + 2\sqrt{3} \rightarrow [0] \in y = \pi x + 2\sqrt{3}$   
 پس هر سه خط، نقطه‌ی خوش بیان دارند.

پاسخ: گزینه ④

۷۹- عدد اول  $p$  را بتوان یک عدد طبیعی رسانده ایم و عدد  $a$  به دست آمده است. حاصل ضرب همه‌ی مقسوم علیه‌های عدد  $a$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

①  $p^a$       ②  $p^{a-1}$       ③  $p^{\frac{a(a+1)}{2}}$       ④  $p^{\frac{a(a-1)}{2}}$   
 اگر مثلاً  $a = p^5$  باشد مقسوم علیه‌های  $a$  عددهای  $1, p, p^2, p^3, p^4, p^5$  و هم هستند و حاصل ضرب آن‌ها  $1 \times p \times p^2 \times p^3 \times p^4 \times p^5 = p^{1+2+3+4+5} = p^{15}$  است. پس عدد  $a = p^5$  مقسوم علیه‌های  $p, p^2, \dots, p^{a-1}, p^a$  را دارد که حاصل ضرب آن‌ها  $p^{\frac{n(n+1)}{2}}$  است. یعنی توان  $p$  باید حاصل جمع  $n$  عددیست سرهم باشد.

$1+2=3$  و  $1+2+3=6$  و  $1+2+3+4=10$  و  $1+2+3+4+5=15$   
 پس  $p^a$  و  $p^{a-1}$  و  $p^{\frac{a(a-1)}{2}}$  چنین نیستند ولی  $p^{\frac{a(a+1)}{2}}$  هست.

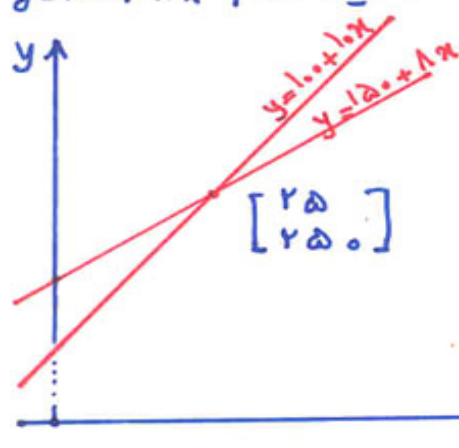
پاسخ: گزینه ③

۸۰- امیر حسین می‌خواهد بین دو سرویس اینترنتی یکی را انتخاب کند. در سرویس اول، هزینه‌ی اولیه ۱۰۰ هزار تومان و هزینه‌ی هر گیگابایت مصرف، ۱۰ هزار تومان است و در سرویس دوم، هزینه‌ی اولیه ۱۵۰ هزار تومان و هزینه‌ی هر گیگابایت مصرف، ۸ هزار تومان است. با توجه به مصرف سالانه، کدام سرویس مقرون به صرفه است؟

- ① همیشه سرویس اول بهتر است، ③ برای مصرف تا ۲۵ گیگابایت، سرویس دوم بهتر است.  
 ② همیشه سرویس دوم بهتر است، ④ برای مصرف بیش از ۲۵ گیگابایت، سرویس دوم بهتر است.



اگر مقدار گیکاً بابت مصرفی یک سال را  $x$  بگیریم هزینه‌ی سالانہ‌ی سرویس اول برابر  
 $y = 100 + 10x$  (لا به حسب هزار تومان) و هزینه‌ی سالانہ‌ی سرویس دوم  $y = 150 + 8x$  است.



$$\begin{cases} y = 100 + 10x \\ y = 150 + 8x \end{cases} \rightarrow$$

$$100 + 10x = 150 + 8x \rightarrow 2x = 50 \rightarrow$$

$$x = 25 \rightarrow y = 250$$

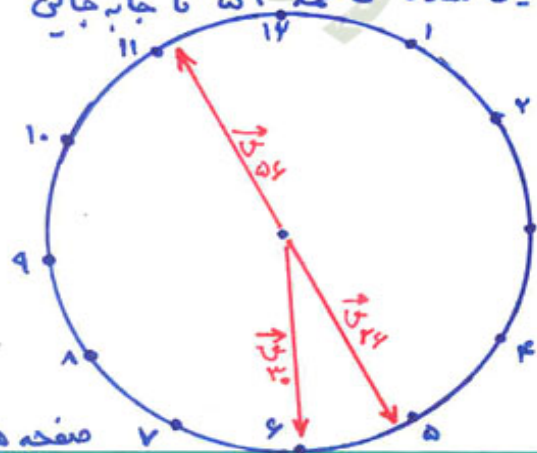
یعنی به ازای مصرف ۲۵ گیکاً بابت در سال هزینه‌ی هر دو سرویس برابر ۲۵۰ هزار تومان است.  
 و برای هر گیکاً بابت اضافه بر آن، سرویس اول ۱۰ هزار تومان و سرویس دوم ۸ هزار تومان  
 طلب می‌کند. پس برای مصرف بالاتر از ۲۵ گیکاً بابت سرویس دوم بهتر و ارزان‌تر است.

پاسخ: گزینه ۴

۸۱- ساعتی داریم که عدد ۱۲ آن همواره روبه شمال و عدد ۳ آن همواره روبه شرق  
 است. فاطمه، رأس هر دقیقه، در جهت عقربه‌ای دقیقه شمار این ساعت، به اندازه‌ی یک متر  
 جابه‌جایی شود. اگر فاطمه نخستین بار رأس ساعت ۱۳:۵۱ به این ساعت نگاه کرده باشد  
 لحظاتی پیش از ساعت ۱۴:۰۰ در چه فاصله‌ای از نقطه‌ی شروع حرکت ایستاده است؟

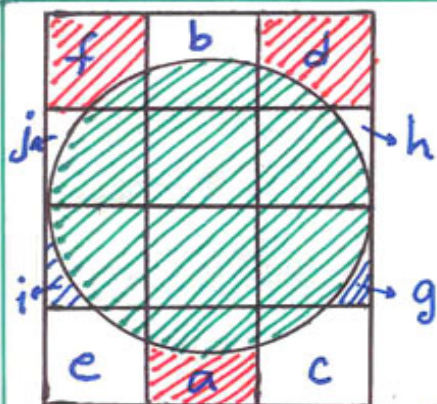
- ① صفر  
 ② بیش از ۱ متر و کمتر از ۳۰ متر  
 ③ بیش از ۳۰ متر و کمتر از ۶۰ متر  
 ④ یک متر

از مرکز این ساعت ۵۹ بردار به طول ۱ متر می‌کشیم که انتهای هر یک از آن‌ها درست روی  
 نشان‌های دقیقه‌ی ۱ تا ۵۹ این ساعت باشد. در زمان یاد شده فاطمه ۵۹ تا جابه‌جایی  
 درست به اندازه‌ی این ۵۹ بردار خواهد داشت. این بردارها را



$\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_{59}$  نام گذاری می‌کنیم. اما توجه کنید که  
 $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \dots + \vec{v}_{59} = \vec{0}$  یعنی مجموع همه‌ی این  
 جابه‌جایی‌ها برابر  $\vec{0}$  است. پس فاطمه یک متر جنوب‌تر  
 از جای نخستین خود قرار دارد.

پاسخ: گزینه ۳



۸۲ - شکل روبه رو از ۱۲ مربع به طول ضلع ۲ و یک دایره به قطر ۶ ساخته شده است. مرکز دایره روی ضلع یکی از مربع های هاشور خورده قرار دارد. مساحت قسمت هاشور خورده چه قدر است؟

۳۶ ①  $3(1 + 3\pi)$  ②

۳۸ ③  $24 + \frac{9}{2}\pi$  ④

مساحت دایره =  $3^2 \times \pi = 9\pi$  مساحت مستطیل =  $6 \times 8 = 48$

توجه کنید که بنا به تقارن شکل  $S_j = S_i$  و  $S_h = S_g$ ،  $S_f = S_e$ ،  $S_d = S_c$ ،  $S_b = S_a$  است.

$$\begin{aligned} \text{مساحت هاشور خورده} &= S_a + S_d + S_f + S_g + S_i \\ &= 9\pi + \frac{S_a + S_b}{2} + \frac{S_d + S_c}{2} + \frac{S_f + S_e}{2} + \frac{S_g + S_h}{2} + \frac{S_i + S_j}{2} \\ &= 9\pi + \frac{S_a + S_b + S_c + S_d + S_e + S_f + S_g + S_h + S_i + S_j}{2} \\ &= 9\pi + \frac{1}{2} (\text{مساحت مستطیل} - \text{مساحت دایره}) \\ &= 9\pi + \frac{1}{2} (48 - 9\pi) = 24 + \frac{9}{2}\pi \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ④

۸۳ - جمعیت یک نوع باتری در هر ساعت، یا ۱۸ برابر می شود و یا ۱۲ برابر می شود. پس از گذشت ۱۰ ساعت، جمعیت این نوع باتری چند برابر می تواند شده باشد؟

①  $6^{18}$  برابر ②  $6^{14} \times 2$  برابر ③  $6^{13} \times 16$  برابر ④  $6^{15} \times 9$  برابر

اگر در  $a$  ساعت تعداد ۱۸ برابر شده باشد در  $a - 10$  ساعت ۱۲ برابر شده است.

پس از ده ساعت تعداد باتری ها مضرب در این عدد شده است

$$\begin{aligned} 18^a \times 12^{10-a} &= (3 \times 6)^a \times (2 \times 6)^{10-a} = 3^a \times 2^{10-a} \times 6^a \times 6^{10-a} \\ &= 3^a \times 2^{10-a} \times 6^{10} \end{aligned}$$

یعنی اگر عدد حاصل را به صورت مضرب از  $6^{10}$  بنویسیم این مضرب باید به شکل  $3^a \times 2^{10-a}$  باشد.

یعنی جمع توان ۲ و ۳ باید برابر ۱۰ باشد.  $1 + 8 = 9 \times$  ①  $6^{18} = 6^{10} \times 6^8 = 6^8 \times 2^8 \times 3^8$

②  $2 \times 6^{14} = 2 \times 6^8 \times 6^6 = 2^5 \times 3^8 \times 6^{10}$ ،  $5 + 4 = 9 \times$

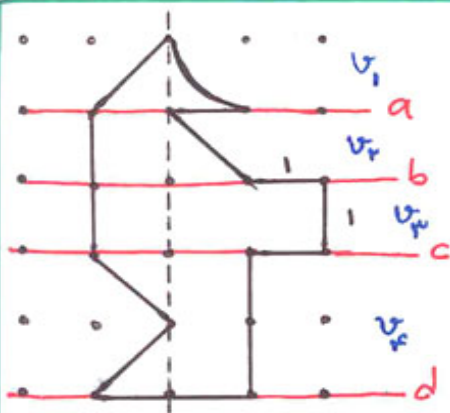
③  $16 \times 6^{13} = 16 \times 6^8 \times 6^5 = 2^7 \times 3^8 \times 6^{10}$ ،  $7 + 3 = 10 \checkmark$

④  $9 \times 6^{15} = 9 \times 6^8 \times 6^7 = 2^5 \times 3^7 \times 6^{10}$ ،  $5 + 7 = 12 \times$

پاسخ: گزینه ③



۸۴ - حجم شکلی که با دوران دادن شکل مقابل حول خط چین به دست می‌آید، کدام است؟



②  $\frac{2}{3}\pi$

①  $\frac{1}{3}\pi$

④  $8\pi$

③  $5\frac{1}{3}\pi$

انحنای بالای خط  $a$  درون شکل دوران یافته خواهد بود و تأثیری ندارد. شکل حاصل از دوران در بالای خط  $a$  مخروطی است که ارتفاع آن ۱ و شعاع قاعده‌ی آن نیز ۱ است.

$$V_1 = \pi \times 1^2 \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{\pi}{3}$$

خط کج بین  $a$  و  $b$  نیز درون شکل خواهد بود. شکل حاصل از دوران که بین  $a$  و  $b$  قرار دارد استوانه‌ای است به ارتفاع ۱ و شعاع قاعده‌ی ۱.

$$V_2 = \pi \times 1^2 \times 1 = \pi$$

به دلایل مشابه داریم:

$$V_3 = \pi \times 2^2 \times 1 = 4\pi \quad \text{و} \quad V_4 = \pi \times 1^2 \times 2 = 2\pi$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = \frac{\pi}{3} + \pi + 4\pi + 2\pi = 7\frac{1}{3}\pi$$

پاسخ: گزینه ①

۸۵ - نقشه‌ی چهار سالن (از بالا) به شکل گزینه‌های زیر است (فضای داخل سالن‌ها، با رنگ تیره تر مشخص شده است). کدام یک از این سالن‌ها، تعداد کم‌تری چراغ نیاز دارد تا نور به صورت مستقیم به تمام نقطه‌های آن برسد؟



در شکل درستی ① دست کم چهار چراغ لازم دارد. در شکل

ستون وسط راه‌شور خورده می‌بینید. اگر  $A$  به ستون نزدیک‌تر شود، سایه بیش‌تری شود. و چراغ‌هایی (به هر حال) در  $B$  و  $C$  نیز نیاز داریم. در شکل برای روشن بودن نقطه‌ی  $A$  چراغی در سمت راست خط چین لازم است. پس گزینه‌ی چهار دست کم سه چراغ لازم دارد.

در شکل چراغ‌هایی که در  $A$  و  $B$  قرار بگیرند همه‌ی سالن را روشن می‌کنند.



پاسخ: گزینه ③

۱	۲	۳
۴	۵	۶
۷	۸	۹

۸۶- از کیسه ای شامل ۹ گوی شماره گذاری شده از ۱ تا ۹ در سه نوبت  
 هربار یک گوی بیرون می آوریم و در جدول روبه روا، خانه ی مربوطه را ضربدر می زنیم  
 (گوی ها را به کیسه برمی گردانیم). چه قدر احتمال دارد که همه ی خانه های یک سطر یا ستون  
 یا قطر این جدول علامت دار شوند؟

$$\frac{48}{504} \quad (4)$$

$$\frac{30}{504} \quad (3)$$

$$\frac{24}{504} \quad (7)$$

$$\frac{8}{504} \quad (1)$$

احتمال این که گوی های ۱ و ۲ و ۳ با همین ترتیب بیرون بیایند  $\frac{1}{9} \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$  است. اما  
 برای این که سطر اول تماماً ضربدر بخورد لازم نیست با همین ترتیب ضربدر بخورد و مثلاً اگر گوی  
 ۱ و ۳ و ۲ با همین ترتیب بیرون بیایند نیز مقصود حاصل است. احتمال این حالت هم  $\frac{1}{9 \times 8 \times 7}$   
 است. اما همه ی جایگشت های ۱ و ۲ و ۳ سطر یک را ضربدر می زنند. پس احتمال ضربدر  
 خوردن همه ی سطر اول برابر  $\frac{3!}{9 \times 8 \times 7} = \frac{6}{504}$  است یعنی  $\frac{7}{504}$   
 حال اگر احتمال ضربدر خوردن سطر و ستون های دیگر را که ۲ سطر و ۳ ستون و ۲ قطر  
 هستند را با  $\frac{7}{504}$  جمع کنیم حاصل  $\frac{48}{504} = (2+3+2) \frac{7}{504}$  است.  
پاسخ: گزینه ۴



۸۷- مطابق الگوی مقابل، در هر مرحله، هردایره ی سیاه به دو دایره ی  
 سفید و هردایره ی سفید به سه دایره ی سیاه تبدیل می شود. در شکل هشتم  
 چند دایره ی سفید وجود دارد؟

$$\frac{6^4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{6^4}{2} \quad (3)$$

$$6^4 \times 3 \quad (7)$$

$$6^4 \times 2 \quad (1)$$

همه ی دایره ها رنگ عوض می کنند. پس هردایره به نوبت سیاه و سفید می شود. پس کافی  
 است ۲ دایره ی سفید شکل دوم را دنبال کنیم:  
 شکل ۸: ۴ سیاه، ۷ سفید  
 شکل ۷: ۶ سیاه، ۲ سفید  
 شکل ۶: ۱۲ سیاه، ۶ سفید  
 شکل ۵: ۳۶ سیاه، ۱۲ سفید  
 شکل ۴: ۷۲ سیاه، ۳۶ سفید  
 شکل ۳: ۲۱۶ سیاه، ۷۲ سفید  
 شکل ۲: ۴۳۲ سیاه، ۲۱۶ سفید  
 پس  $432 = \frac{6^4}{3}$  و  $1296 = 36 \times 36 = 6^4$   
پاسخ: گزینه ۴

۸۸- پنج مجموعه ی دو عضوی غیر مساوی داریم. در گزینیه های زیر هر نقطه یکی از این مجموعه ها را  
 نمایش می دهد. اگر اشتراک دو مجموعه تهی نباشد، نقاط مربوط به آن ها را به هم وصل کرده ایم. کدام یک از  
 اشکال زیر می تواند مربوط به این پنج مجموعه باشد؟



(۴)



(۳)

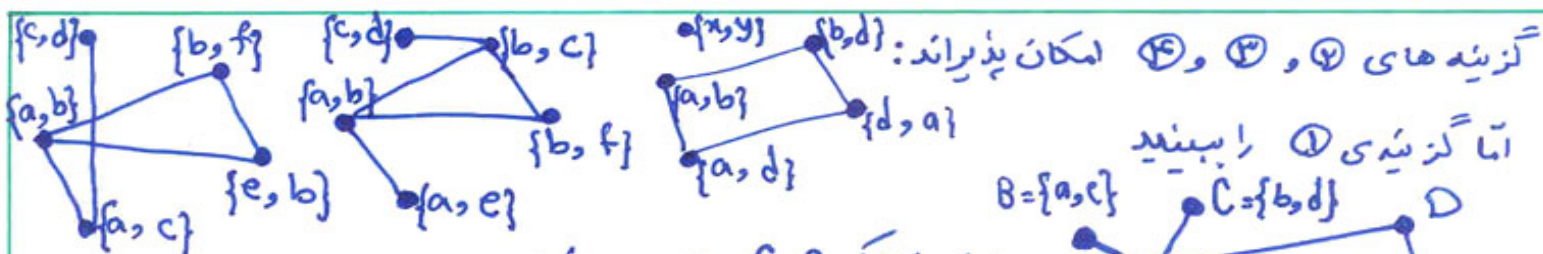


(۲)



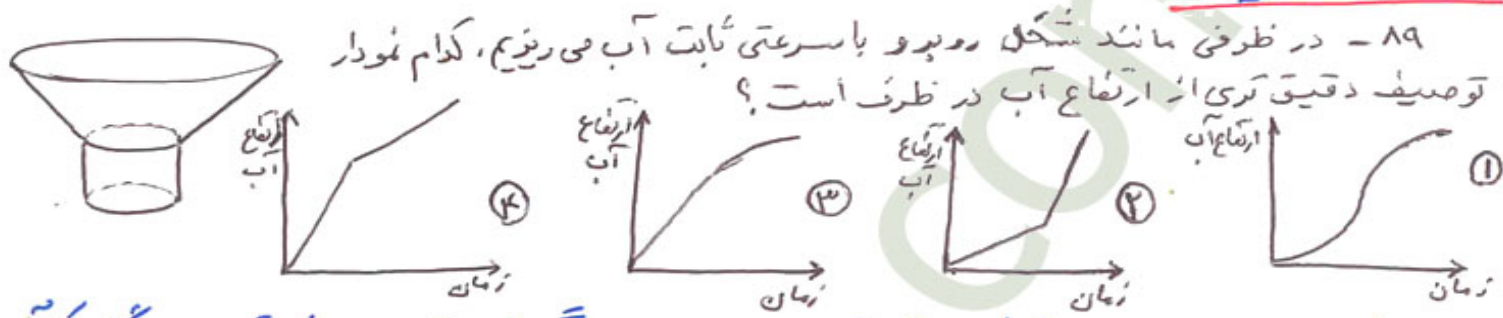
(۱)





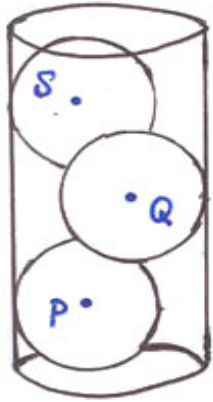
برای این که B و C جدا از هم باشند a و b از A را در هر یک از آن ها جداگانه قرار می دهیم. الان D و E باید با A اشتراک داشته باشند. هر یک از آن ها که a را داشته باشد با B اشتراک خواهد داشت! شدنی نیست.

**پاسخ: گزینه ۱**



ارتفاع آب در استوانه تغییراتی ثابت نسبت به زمان دارد پس گزینه ۱ درست نیست. و هنگامی که آب به مخروط ناقص می رسد رفته رفته سرعت افزایش ارتفاع کم می شود و ثابت نخواهد بود. پس گزینه های ۲ و ۴ نیز نادرست اند.

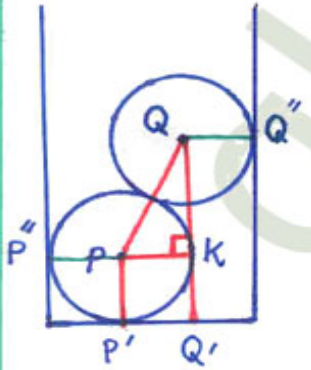
**پاسخ: گزینه ۳**



۹۰- استوانه ای به قطر ۶، چه ارتفاعی داشته باشد که در آن ۳ کره به قطر ۴ مانند شکل روپرو قرار بگیرد؟

گزینه ۱:  $4\sqrt{3} + 2$     گزینه ۲:  $6\sqrt{3}$     گزینه ۳:  $4\sqrt{3} + 2$     گزینه ۴:  $6\sqrt{3} + 2$

از P و Q دو خط عمود بر قاعده ی استوانه می کشیم و صفحه ای از این دو خط موازی می گذرانیم. فصل مشترک این صفحه و استوانه مستطیلی است که می بینید.



عمودهای  $PP'$  و  $QQ'$  که به ضلع مستطیل رسم شده اند، شعاع های تماس هستند.  $PP'$  را ادامه می دهیم تا در  $K$  با  $QQ'$  برخورد کند. مثلث  $PQK$  قائم الزاویه است. پس بنا بر قضیه ی فیثاغورس داریم:  $PQ^2 = PK^2 + QK^2$  (خط  $QQ'$  از ضلع های مستطیل فاصله های ۲ و ۴ را دارد پس باید به کره ی به مرکز P مماس باشد و این دلیل قائم الزاویه بودن مثلث  $PQK$  است.)

$$\Rightarrow PK = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

یعنی مرکز کره ی دوم به اندازه ی  $2\sqrt{3}$  بالاتر از مرکز کره ی اول است. و به دلیل مشابه مرکز کره ی سوم هم  $2\sqrt{3}$  بالاتر از Q است. و ارتفاع استوانه باید ۲ واحد از مرکز کره ی سوم هم بالاتر باشد.

ارتفاع استوانه  $= PP' + QK + 2\sqrt{3} + 2 = 4 + 4\sqrt{3}$

**پاسخ: گزینه ۱**

تهیه و تنظیم: محمود محمدرضایی ( دبیرستان تیزهوشان قزوین)

۲۴- گزینه چهار

خشم، هوس رانی و زیاده خواهی، احساسات و هیجاناتی است که چیرگی بر آنها لازمه سعادت‌مند گشتن است.

۲۵- گزینه دو

تضاد: درویش و غنی      هم خانواده: طعمه و طعام      نژاده ( به معنای اصیل و گوهری) با تبار ( به معنای اصل و نسب ) مترادف ندارد.

۲۶- گزینه دو

کار آگاه با حذف یک حرف : کارگاه      آتش نشان با تغییر یک حرف: آتش فشان

۲۷- گزینه چهار

همت و مصاعی : مساعی

۲۸- گزینه دو

تشبیه: تو مانند گل بنفشه ، غافلی.      جان بخشی: نسبت دادن غفلت به گل بنفشه

تضاد: خواب و بیدار      مراعات نظیر: بنفشه و نرگس

۲۹- گزینه دو

رساله قشیریه: از قشیری

۳۰- گزینه سه

مفهوم این گزینه: دلیل خودنمایی و جولان دادن افراد نااهل و بی بصیر، آشکار نبودن حقیقت است.

اما مفهوم سایر گزینه ها: با چشم مادی نمی توانیم حقیقت وجود خداوند را درک کنیم.

۳۱- گزینه چهار

در مصراع دوم این گزینه به وضوح گفته می شود که: اگر خود را بشناسی ، خدا را هم خواهی شناخت.



### ۳۲- گزینه یک

در گزینه دو: سوختن: سوزان و سوزش	لرزیدن: لرزان و لرزش
در گزینه سه: تابیدن: تابان و تابش	خواستن: خواهان و خواهش
گزینه چهار: نگریستن: نگران و نگرش	درخشیدن: درخشان و درخشش

### ۳۳- گزینه یک

یک ساعت ( ساعت: هسته ، یک: وابسته پیشین از نوع صفت شمارشی)

خدمت ( خدمت: هسته ت: وابسته پیشین از نوع مضاف الیه )

### ۳۴- گزینه چهار

در بیت اول، واج آرایی حرف «ش» مشهود است.

در بیت سوم تشبیه وجود دارد ( حدیثی چون دُر )

در بیت چهارم تضاد دیده می شود. ( آشنا و نا محرم )

در بیت اول، واج آرایی حرف «ش» مشهود است.

### ۳۵- گزینه چهار

بساط نکته دانان: متمم سخن: مفعول خموش: مسند مرد دانا : منادا

### ۳۶- گزینه یک

می گردد: مضارع اخباری نگردي ( بیت چهارم): مضارع التزامی گفت: ماضی ساده

### ۳۷- گزینه دو

مفهوم این گزینه: اشاره بر اصل رازداری در عرفان

مفهوم سایر گزینه ها: لازمه درک اسرار ، آشنا و محرم گشتن است.

### ۳۸- گزینه سه

مفهوم: اول اندیشه، بعد گفتار و یا سخن سنجیده گفتن.